

## Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura

Recurrence and complexity analysis: from engineering signals to continuous  
improvement in manufacturing processes.

Daniel Enrique Rivas Cisneros <sup>1</sup>  
Andrés Eduardo Rivas Cisneros <sup>2</sup>

### RESUMEN

Este trabajo explora la aplicación del Análisis de Recurrencias (RQA) como herramienta para evaluar la complejidad, estabilidad y predictibilidad en señales de ingeniería y procesos de manufactura. Se implementaron dos estudios de caso: (i) un motor en dos condiciones—sin vibración y con vibración inducida; y (ii) un proceso de producción simulado en dos escenarios—sin mejora continua y con mejora continua. La metodología consistió en generar series temporales, reconstruir trayectorias en el espacio de fases y calcular gráficas de recurrencia junto con sus métricas cuantitativas. Los resultados muestran que los sistemas ordenados y predecibles (sin vibración, con mejora continua) se caracterizan por un mayor determinismo y estructuras diagonales más largas, mientras que los sistemas desordenados (con vibración, sin mejora continua) presentan menor determinismo y diagonales reducidas. Estos hallazgos destacan el potencial de esta metodología para ofrecer una visión cuantitativa tanto en sistemas físicos de ingeniería como en procesos organizacionales, aportando una herramienta valiosa para el diagnóstico y la toma de decisiones en el contexto de la manufactura y la mejora continua.

**PALABRAS CLAVES:** Análisis de recurrencia, sistemas dinámicos, procesos, mejora continua.

**Fecha de recepción:** 28/08/2025

**Fecha de aceptación:** 15/10/2025

---

<sup>1</sup> Doctor en Ingeniería Eléctrica, Maestría en Ciencias de la Ingeniería con Orientación en Control Automático y Licenciatura en Ingeniería en Electrónica y Automatización. Profesor de la Preparatoria 9 de La UANL. E-mail: [drivasc@uanl.edu.mx](mailto:drivasc@uanl.edu.mx) <https://orcid.org/0000-0002-3078-4913>

<sup>2</sup> Doctor en Educación, Maestría en Administración Industrial y de Negocios con Orientación en Relaciones Industriales, Profesor de tiempo completo de la Universidad Autónoma de Nuevo León, E-mail: [arivasc@uanl.edu.mx](mailto:arivasc@uanl.edu.mx) <https://orcid.org/0009-0004-2243-8991>

## ABSTRACT

This work explores the application of recurrence analysis as a tool to evaluate complexity, stability, and predictability in engineering signals and manufacturing processes. Two case studies were implemented: (i) a motor under two conditions—without vibration and with induced vibration; and (ii) a simulated production process in two scenarios—without continuous improvement and with continuous improvement. The methodology consisted of generating time series, reconstructing trajectories in phase space, and computing recurrence plots along with their quantitative metrics. The results show that ordered and predictable systems (without vibration, with continuous improvement) are characterized by higher determinism and longer diagonal structures, while disordered systems (with vibration, without continuous improvement) exhibit lower determinism and shorter diagonals. These findings highlight the potential of this methodology to provide a quantitative perspective in both physical engineering systems and organizational processes, offering a valuable tool for diagnosis and decision-making in the context of manufacturing and continuous improvement.

**KEYWORDS:** Recurrence analysis, dynamical systems, processes, continuous improvement.

## INTRODUCCIÓN

El concepto matemático de recurrencia se remonta a los trabajos de Poincaré (1890) y Feller (1950), y tiene aplicación directa en el estudio de sistemas dinámicos. En 1987, Eckmann y colaboradores incorporaron estas ideas en una herramienta cualitativa conocida como Gráfica de Recurrencia (Recurrence Plot, RP) (Webber,2015; Eckmann,1987; Eckmann,2007). Años más tarde, Zbilut y Webber cuantificaron estas gráficas al introducir el Análisis de Cuantificación de Recurrencias (RQA), definiendo inicialmente las siguientes variables de recurrencia: tasa de recurrencia, determinismo, longitud Promedio de la Línea Diagonal, entropía (Webber,2015; Eckmann,1987; Eckmann,2007).

Los procesos naturales y de ingeniería presentan comportamientos recurrentes, que pueden ser periódicos o irregulares (Rysak,2022; Zou,2008). De hecho, la recurrencia de estados —el hecho de que un sistema retorne a configuraciones similares tras cierto tiempo— es una propiedad fundamental de los sistemas deterministas y característica de dinámicas no lineales o caóticas. El análisis de recurrencia permite visualizar y cuantificar estos retornos en el espacio de fases y constituyen una forma robusta de detectar patrones ocultos.

En la ingeniería moderna, el análisis de series de tiempo resulta esencial para comprender fenómenos dinámicos tan diversos como las vibraciones en máquinas, la propagación de ondas sísmicas en estructuras civiles o la variación de la señal eléctrica en un sistema de potencia. En todos estos casos, las técnicas de recurrencia y su cuantificación ofrecen un marco robusto para revelar la organización oculta en procesos aparentemente caóticos.

Como ejemplo físico e ingenieril, se analiza la dinámica de un motor en dos escenarios: uno funcionando sin vibración y otro sometido a vibraciones externas. El Análisis de Recurrencias (RQA) permite diferenciar entre un comportamiento estable y predecible frente a uno más caótico e irregular, evidenciando cómo la presencia de vibración altera la periodicidad y la predictibilidad del sistema.

De manera análoga, se implementa también una simulación de un proceso de manufactura bajo dos condiciones: sin mejora continua y con la aplicación de estrategias de mejora continua. En este caso, el RQA cuantifica y compara las características dinámicas de ambos procesos, mostrando su utilidad más allá del ámbito físico, extendiéndose hacia la gestión y optimización de procesos productivos.

## JUSTIFICACIÓN

El análisis de recurrencias se ha consolidado como una herramienta poderosa para el estudio de sistemas dinámicos complejos, ya que permite identificar patrones ocultos de estabilidad, periodicidad o caos en datos que, a primera vista, pueden parecer desordenados. Su aplicación ha sido ampliamente validada en áreas como la física, la ingeniería y las ciencias naturales (Suresha,2016; Syta,2012; Rivas,2023); sin embargo, su potencial en procesos industriales y de manufactura aún se encuentra en desarrollo.

La presente investigación busca precisamente explorar este potencial. A través de simulaciones de escenarios físicos —como el análisis de un motor con y sin vibración— y de procesos organizacionales —como la manufactura sin y con mejora continua— se demuestra cómo la RQA puede convertirse en una herramienta de diagnóstico y evaluación tanto en entornos técnicos como en contextos de gestión de procesos.

Este trabajo se justifica en la necesidad de contar con metodologías objetivas que permitan evaluar el grado de orden o desorden en sistemas reales. En ingeniería, esto puede traducirse en la detección temprana de fallas o anomalías, mientras que, en manufactura y mejora continua, permite medir la efectividad de las estrategias implementadas. Así, la investigación aporta un puente entre el análisis matemático de sistemas dinámicos y su aplicación práctica en procesos de optimización industrial.

## METODOLOGÍA

La hipótesis de este trabajo plantea que el Análisis de Recurrencias (RQA) permite cuantificar de manera objetiva el grado de orden o desorden en sistemas dinámicos, tanto en escenarios físicos como en procesos de manufactura. Para ello, se consideró como variable independiente la condición del sistema (sin vibración / con vibración en el motor; sin mejora continua / con mejora continua en manufactura) y como variable dependiente las métricas de recurrencia: Tasa de recurrencia (RR), Determinismo (DET), Longitud Diagonal Promedio (L) y Entropía (ENTR).

La investigación se desarrolló mediante un diseño experimental simulado, ya que no se trabajó con un proceso físico real, sino con modelos matemáticos y señales generadas computacionalmente que representan distintos escenarios dinámicos. El universo de estudio corresponde a sistemas físicos y procesos de manufactura susceptibles de ser analizados mediante recurrencias, mientras que la muestra se representó con dos casos físicos (motor sin vibración y motor con vibración) y dos casos de manufactura (sin mejora continua y con mejora continua). Estos casos fueron seleccionados por su relevancia y contraste para mostrar la efectividad del método.

El análisis se realizó mediante simulaciones en Python, generando señales que representan cada escenario dinámico. Posteriormente, se reconstruyó el espacio de fases de la señal y se construyó la matriz de recurrencia, definida como (Webber,2015; Eckmann,1987; Eckmann,2007):

$$R_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } \|x(t_i) - x(t_j)\| \leq \varepsilon, \\ 0, & \text{si } \|x(t_i) - x(t_j)\| > \varepsilon, \end{cases} \quad (1)$$

donde  $X(t_i)$  y  $X(t_j)$  son estados del sistema en tiempos distintos, y  $\varepsilon$  es un umbral predefinido que determina la 'cercanía' de los puntos.

**Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura**

A partir de esta matriz se calcularon las métricas de RQA. La tasa de recurrencia (RR), la cual indica la fracción de puntos recurrentes en la matriz, se define como (Webber,2015):

$$RR_{\varepsilon,N} = \left(\frac{1}{N^2}\right) * \sum_{\{i,j=1\}}^N R_{ij}. \quad (2)$$

El determinismo (DET) se calculó como la proporción de puntos que forman líneas diagonales de longitud mínima (Webber,2015):

$$DET = \frac{\sum_{\ell=\ell_{\min}}^N \ell P(\ell)}{\sum_{\ell=1}^N \ell P(\ell)}. \quad (3)$$

Longitud Promedio de la Línea Diagonal (L), el cual es el promedio de la longitud de las líneas diagonales, se define como (Webber,2015):

$$L = \frac{\sum_{\ell=\ell_{\min}}^N \ell P(\ell)}{\sum_{\ell=\ell_{\min}}^N P(\ell)}. \quad (4)$$

Finalmente, la entropía (ENTR), esta métrica mide la complejidad del patrón de recurrencia, se define como (Webber,2015):

$$ENTR = - \sum_{\ell=\ell_{\min}}^N P(\ell) \ln P(\ell), \quad (5)$$

Una entropía alta sugiere una dinámica más compleja e impredecible, mientras que una baja entropía indica un sistema más predecible. Estas métricas fueron calculadas para cada escenario, permitiendo comparar cuantitativamente el grado de periodicidad, predictibilidad y complejidad entre los sistemas simulados.

**DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Para evaluar el desempeño del método de recurrencias en un sistema físico, se implementó una simulación computacional de la señal de un motor eléctrico en dos escenarios: uno sin vibración (condición normal de operación) y otro con vibración (condición de falla).

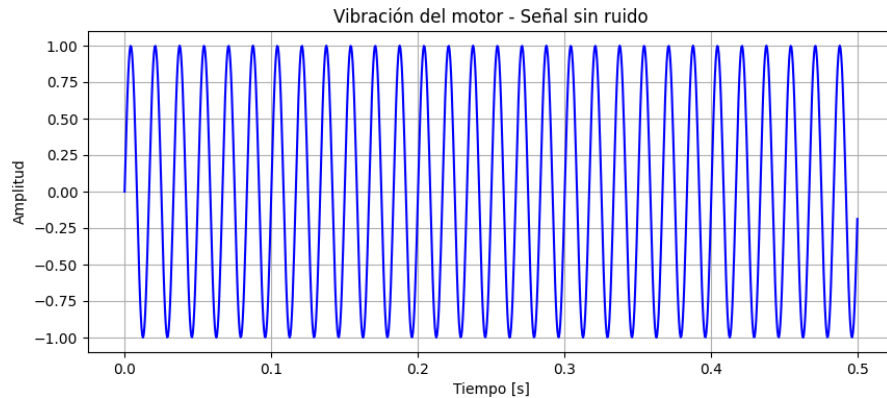
La señal del motor sin vibración fue modelada como una onda periódica estable, representada matemáticamente por una función sinusoidal:

$$x(t) = A \sin(\omega t), \quad (6)$$

donde *A* corresponde a la amplitud de operación y *w* a la frecuencia angular del motor. La figura 1 muestra la simulación de una señal de un motor sin ruido.



**Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura**

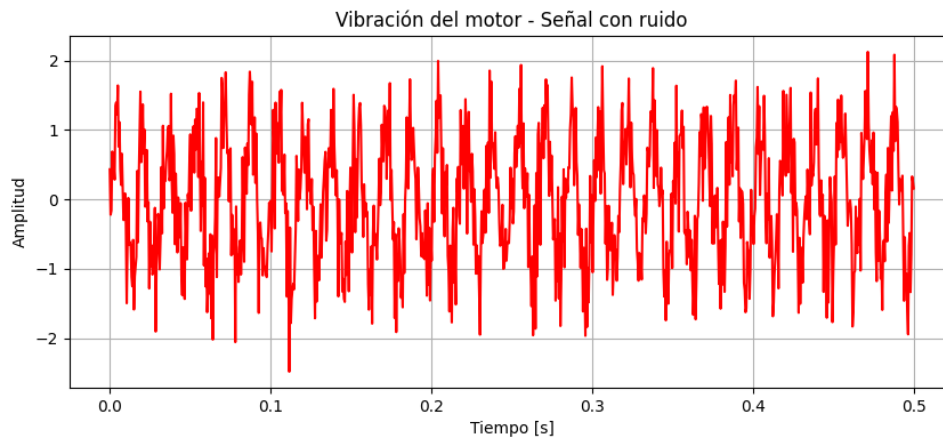


**Figura 1: Simulación de la dinámica de un motor sin ruido.**

En contraste, para simular la condición con vibración se introdujo un término adicional que representa la perturbación de alta frecuencia, generando una señal de la forma:

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \sin(\omega_v t), \quad (7)$$

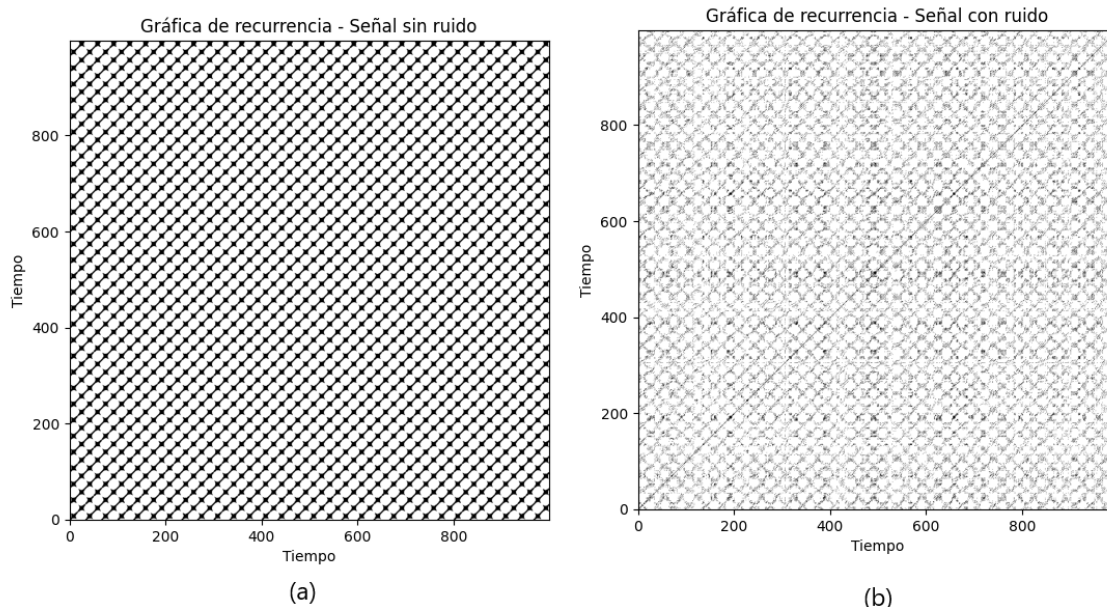
donde  $B$  es la amplitud de la vibración y  $\omega_v$  la frecuencia asociada al fenómeno de vibración. Este segundo término altera la señal periódica ideal, provocando irregularidades que se reflejan posteriormente en la matriz de recurrencia y en las métricas RQA. La figura 2 muestra la simulación de una señal de un motor con ruido.



**Figura 2: Simulación de la dinámica de un motor con ruido.**

La figura 3 muestra la gráfica de recurrencia de los patrones tanto en la condición estable como en la condición con ruido, lo que facilita la comparación entre los dos escenarios

**Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura**



**Figura 3: Gráfica de recurrencia. La gráfica (a) es la del motor sin ruido. La gráfica (b) es la del motor con ruido**

La tabla 1 muestra los resultados de la métrica de recurrencia y su interpretación de la simulación del motor sin ruido y con ruido

**Tabla 1. Comparación e interpretación de las métricas del motor sin ruido y con ruido**

Métrica	Sin ruido	Con ruido	Interpretación
Tasa de recurrencia (RR)	0.2397	0.0936	Disminuye, lo que significa el ruido interrumpe la repetición de los patrones del motor.
Determinismo (DET)	0.9564	0.2308	Este es el indicador más fuerte. La caída drástica, nos dice que de un sistema altamente casi predecible y determinista se ha vuelto aleatorio.
Longitud Promedio de la Línea Diagonal (L)	8.5789	2.6933	La disminución indica que el ruido rompe la secuencia de estados del sistema.
Entropía (ENTR)	2.0665	1.0276	Una entropía menor con ruido sugiere una menor diversidad de patrones.



**Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura**

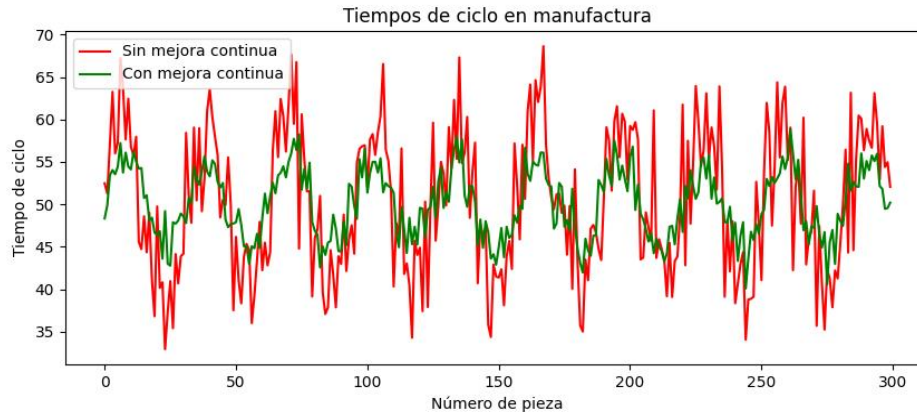
El análisis RQA de la Tabla 1 demuestra que la adición de ruido a la señal del motor destruye la estructura determinista y periódica inherente a su funcionamiento normal. El motor "sin ruido" presenta las características de un sistema dinámico altamente organizado y predecible, como lo demuestran el alto Determinismo y la longitud promedio de la línea diagonal. En contraste, la señal "con ruido" muestra las propiedades de un sistema caótico y aleatorio, donde la recurrencia es mínima, el determinismo es bajo y los patrones se rompen rápidamente. Esto confirma que el ruido actúa como una perturbación que aleatoriza la dinámica del sistema, enmascarando los patrones subyacentes y dificultando la identificación de sus comportamientos cíclicos.

Además del caso del motor, se implementó una simulación computacional de un proceso de producción que simula el número de piezas por tiempo de ciclo en dos escenarios: sin mejora continua y con mejora continua. El objetivo fue analizar cómo las prácticas de optimización influyen en la dinámica del sistema y cómo estos cambios se reflejan en las métricas del análisis de recurrencias (RQA).

El escenario sin mejora continua fue modelado como un proceso con alta variabilidad e irregularidad en su desempeño, representado por una señal ruidosa:

$$x(t) = A \sin(\omega t) + n(t),$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\omega$  es la frecuencia angular,  $n(t)$  un término de ruido aleatorio que introduce desorden y alta variabilidad en el comportamiento del sistema. En contraste, el escenario con mejora continua se simuló como un proceso más estable y eficiente, en el cual la variabilidad (ruido) se reduce y se conserva un patrón más regular. La figura 4 muestra la simulación de la dinámica del proceso sin mejora continua y con mejora continua. La figura 5 muestra la gráfica de recurrencia de los patrones sin mejora continua y con mejora continua de un proceso de producción, lo que facilita la comparación entre los dos escenarios

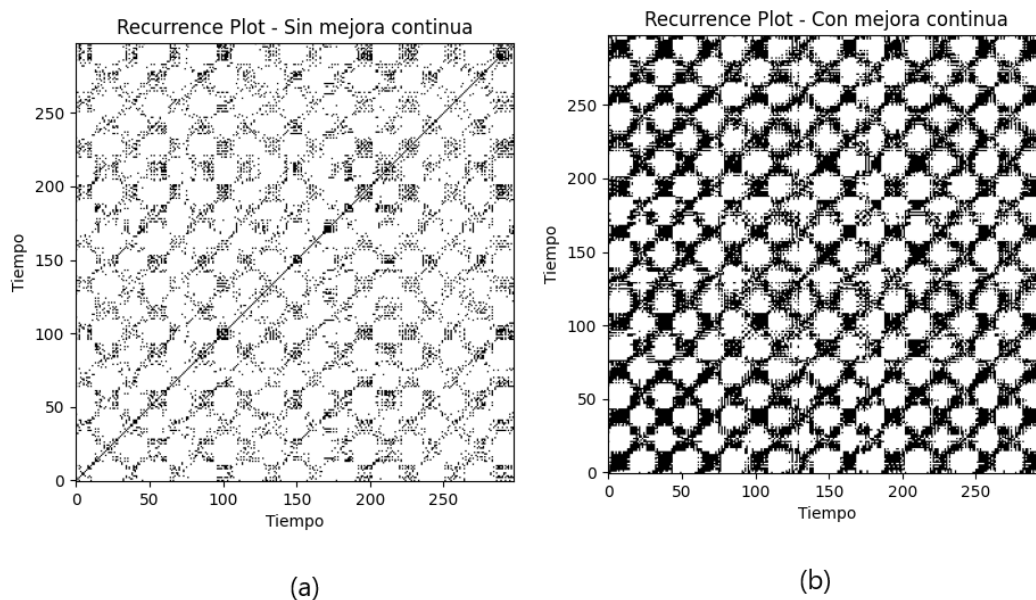


**Figura 4: Simulación de la dinámica de un proceso de producción sin y con mejora continua.**

La tabla 2 muestra los resultados de la métrica de recurrencia y su interpretación de la simulación del proceso de producción sin mejora continua y con mejora continua.



**Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura**



**Figura 5: Gráfica de recurrencia. La gráfica (a) es la del proceso sin mejora continua. La gráfica (b) es la del proceso con mejora continua.**

**Tabla 2: Comparación en interpretación de las métricas de un proceso sin mejora continua y con mejora continua.**

Métrica	Sin mejora continua	Con mejora continua	Interpretación
Tasa de recurrencia (RR)	0.1094	0.3738	El aumento indica que el proceso es más propenso a tener más repetición de patrones.
Determinismo (DET)	0.2918	0.7747	El aumento indica que el proceso se volvió más predecible y menos aleatorio.
Longitud Promedio de la Línea Diagonal (L)	3.05	5.04	El aumento indica que los patrones de comportamiento se mantienen estables.
Entropía (ENTR)	1.18	2.22	El aumento indica que el proceso tiene una mayor variedad y complejidad de patrones recurrentes.



**Análisis de recurrencia: de señales de ingeniería a la mejora continua en procesos de manufactura**

Como se observa en la Tabla 2, la implementación de la mejora continua transformó la dinámica del proceso de un estado irregular y caótico a uno ordenado y predecible. El aumento en las cuatro métricas clave del RQA indica claramente que el sistema se ha vuelto más estable, recurrente y estructurado, con comportamientos que se repiten con mayor consistencia y por periodos más largos.

**CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES**

El análisis de recurrencia permite cuantificar el grado de orden o desorden de un proceso a partir de sus datos de recurrencia, lo que la convierte en una herramienta invaluable para el diagnóstico y análisis de sistemas complejos, desde fenómenos físicos hasta procesos de manufactura y mejora continua.

Los resultados muestran que la mejora continua no solo reduce la variabilidad y aumenta la regularidad del proceso, sino que también genera una riqueza mayor en los patrones temporales que pueden ser detectados mediante análisis de recurrencias. Esto confirma que el RQA es una herramienta efectiva para evaluar cambios en la dinámica de procesos de manufactura y permite cuantificar mejoras en predictibilidad y complejidad de manera objetiva.

**REFERENCIAS**

- Webber, C. & Marwan, N. (2015). *Recurrence quantification analysis: Theory and best practices*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-07155-8>
- Eckmann, J.-P., Kamphorst, S. O., & Ruelle, D. (1987). Recurrence plots of dynamical systems. *Europhysics Letters*, 4(9), 973–977. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/4/9/004>
- Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M., & Kurths, J. (2007). Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, 438(5), 237–329. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2006.11.001>
- Rysak, A., Sedlmayr, M., & Gregorczyk, M. (2022). Revealing fractionality in the Rössler system by recurrence quantification analysis. *The European Physical Journal Special Topics*, 232, 1–16. <https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-022-00740-1>
- Zou, Y., Thiel, M., Romano, M., Read, P., & Kurths, J. (2008). Recurrence analysis of quasiperiodicity in experimental fluid data. *The European Physical Journal Special Topics*, 164, 23–33. <https://doi.org/10.1140/epjst/e2008-00831-7>
- Suresha, S., Sujith, R., Emerson, B., & Lieuwen, T. (2016). Nonlinear dynamics and intermittency in a turbulent reacting wake with density ratio as bifurcation parameter. *Physical Review E*, 94(4), 042206. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.042206>
- Syta, A., Jonak, J., Jedliński, Ł., & Litak, G. (2012). Failure diagnosis of a gear box by recurrences. *Journal of Vibration and Acoustics*, 134(4), 041009. <https://doi.org/10.1115/1.4005846>
- Rivas, D. E. (2023). Use of recurrence plots to find mutations in deoxyribonucleic acid sequences. *Complex Systems*, 32(1), 89–100. <https://doi.org/10.25088/ComplexSystems.32.1.89>

